3 Vektorové podpriestory

Opakovanie: Definícia VP

1. Zistite, či $V = \{\}$ (prázdna množina) môže tvoriť vektorový priestor nad $\mathbb{R}$.

Overovanie VpP

1. Overte, či množina M tvorí vektorový podpriestor priestoru $\mathbb{R}^3$ (nad $\mathbb{R}$)

   (a) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = 0\}$

   (b) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 \in \mathbb{Z}\}$

   (c) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 = 0 \ \vee \ x_2 = 0\}$

   (d) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x_1 + 4x_2 = 1\}$

   (e) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 7x_1 - x_2 = 0\}$

   (f) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 = x_3\}$

   (g) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid |x_1| = |x_2|\}$

   (h) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 \geq 0\}$

   (i) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1 = -x_2 = x_3\}$

   (j) $M = \{\overrightarrow{x} = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$

2. Overte, či nasledujúca množina tvorí vektorový podpriestor priestoru všetkých reálnych funkcií (nad $\mathbb{R}$)

   (a) funkcie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s vlastnosťou $2f(0) = f(1)$

   (b) nezáporné reálne funkcie

   (c) funkcie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s vlastnosťou $f(1) = 1 + f(0)$

   (d) funkcie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ s vlastnosťou: $\forall x \in [0, 1] : f(x) = f(1 - x)$

   (e) ohraničené reálne funkcie

   (f) spojité reálne funkcie

   (g) funkcie $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ také, že existuje konečná $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$