

4 Lineárna závislosť vektorov

1. Overte, že množina M tvorí vektorový podpriestor priestoru \mathbb{R}^3 (nad \mathbb{R})

$$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 3y + 5z = 0\}$$

Nájdite vektory, ktoré M generujú.

2. Nech α, β, γ sú ľubovoľné vektory vektorového priestoru V (nad \mathbb{R}).

Ukážte, že $[\alpha, \beta, \gamma] = [\alpha + \beta, \alpha - \beta, \gamma]$.

3. Zistite, či sú dané vektory závislé v príslušnom vektorovom priestore V

(a) $(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 5)$ $V = \mathbb{R}^3$

(b) $(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 5), (1, 6, 3)$ $V = \mathbb{R}^3$

(c) $x + 1, x^2, x - x^3$ $V =$ priestor všetkých funkcií $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(d) $(1, -\sqrt{2}, -1), (1 - \sqrt{2}, 2, 1 + \sqrt{2}), (\sqrt{2}, -2 - \sqrt{2}, -2 - \sqrt{2})$ $V = \mathbb{R}^3$

(e) $(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)$ $V = \mathbb{R}^3$

4. Nech $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ sú lineárne nezávislé vektory (vo vektorovom priestore V nad \mathbb{R}). Zistite, či sú lineárne závislé systémy vektorov

(a) $\vec{x}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$

(b) $\vec{x}, \vec{y}, \vec{0}$

(c) $\vec{x} + \vec{y}, \vec{x} + \vec{z}, \vec{y} + \vec{z}$

(d) $\vec{x} - \vec{y}, \vec{z} - \vec{x}, \vec{y} - \vec{z}$