

## 6 Ortogonálne bázy, kolmé priemety

### Skalárny súčin

1. Overte, či daný predpis určuje skalárny súčin na  $\mathbb{R}^3$ .

Nech  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $y = (y_1, y_2, y_3)$ .

(a)  $\langle x, y \rangle = x_1x_2 - x_1y_2 + 3x_2y_2$

(b)  $\langle x, y \rangle = x_1y_1 + 2x_1y_2 + 2x_2y_1$

(c)  $\langle x, y \rangle = 3x_1y_1 + 2x_2y_2 + x_3y_3$

2. Overte, či daný predpis určuje skalárny súčin na priestore všetkých polynómov stupňa najviac 2

(a)  $\langle f, g \rangle = f(0)g(0) + f(1)g(1)$

(b)  $\langle f, g \rangle = f(-1)g(-1) + f(0)g(0) + f(1)g(1)$

### Ortogonálne bázy

1. Nájdite ortogonálnu bázu priestorov  $S$  a  $S^\perp$ , (ako podpriestoru  $\mathbb{R}^4$ )

(a)  $S = [(1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 1)]$

(b)  $S = [(1, 1, 0, 1), (2, 1, 0, 1)]$

(c)  $S = [(1, 5, 4, 3), (2, -1, 2, -1)]$

(d)  $S = [(1, 2, 1, 1), (2, 1, -1, -1)]$

(e)  $S = [(1, 2, 3, 4), (1, 1, 1, 1), (4, 3, 2, 1)]$

(f)  $S = [(2, 1, 2, 3), (0, 1, -2, 1), (1, 0, 2, 1)]$

2. Nájdite kolmý priemet vektora  $\vec{x}$  do podpriestoru  $S$  vektorového priestoru  $V$

(a)  $\vec{x} = (1, 1, 1)$

$S = [(1, 0, 0), (0, 1, 0)]$

$V = \mathbb{R}^3$

(b)  $\vec{x} = (1, 2, 3)$

$S = [(1, -2, 3)]$

$V = \mathbb{R}^3$

(c)  $\vec{x} = (4, 2, -5, 3)$

$S = [(5, 1, 3, 3), (3, -1 - 3, 5), (3, -1, 5, -3)]$

$V = \mathbb{R}^4$

(d)  $\vec{x} = (2, 5, 2, -3)$

$S = [(1, 1, 2, 8), (0, 1, 1, 3), (1, -2, 1, 1)]$

$V = \mathbb{R}^4$