

7 Lineárne zobrazenia

1. Zistite, či je zobrazenie f lineárne. Ak áno, nájdite jeho maticu a obraz vektora \vec{z} pomocou maticového zápisu.

(a) $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, 2x_1 + x_2, x_2 - x_1),$
 $\vec{z} = (3, 3)$

(b) $f(x_1, x_2) = (x_2, x_1),$
 $\vec{z} = (1, 2)$

(c) $f(x_1, x_2) = (x_1, 0, x_2^2),$
 $\vec{z} = (3, 1)$

(d) $f(x_1) = 0,$
 $\vec{z} = 4$

(e) $f(x_1, x_2, x_3) = 7,$
 $\vec{z} = (5, 1, 11)$

(f) $f(x_1, x_2) = (x_1, x_1 + 3x_2, x_1 + 5x_2),$
 $\vec{z} = (3, 1)$

(g) kolmá projekcia na priamku $l = \{(a, a) \mid a \in \mathbb{R}\}$ v $\mathbb{R}^2,$
 $\vec{z} = (14, 0)$

(h) $f_a =$ dosadenie hodnoty a do kvadratického polynómu.
 $\vec{z} = x^2 - 2x + 1$

2. Nájdite maticu lineárneho zobrazenia $f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, ak platí

(a) $f(1, 0, 1) = (1, 1),$
 $f(0, 0, 1) = (2, 1),$
 $f(2, 0, 1) = (0, 1)$

(b) $f(1, 1) = (0, 1)$
 $f(2, 1) = (0, 0)$

(c) $f(2, 0, 3) = (1, 2, -1, 1),$
 $f(4, 1, 5) = (4, 5, -2, 1),$
 $f(2, -1, 4) = (-1, 1, -1, 2)$

(d) $f(1, 2, 3, 1) = (1, 3, 1, 0),$
 $f(2, 1, 3, 0) = (0, 1, 3, 1),$
 $f(3, 2, 1, 0) = (1, 0, 3, 0),$
 $f(2, 2, 3, 4) = (3, 1, 0, 4).$

(e) $f(0, 1, 1, 1) = (1, 0, 0, 0),$
 $f(1, 0, 1, 1) = (0, 1, 0, 0),$
 $f(1, 1, 0, 1) = (0, 0, 1, 0),$
 $f(1, 1, 1, 0) = (0, 0, 0, 1)$