

**PRÍKLADY 1: lineárne a kvadratické rovnice a nerovnice**  
**29.9.2020 - Doplnkové cvičenia z matematiky**

## 1 Rovnice a nerovnice

1. Určte, pre aké  $x \in \mathbb{R}$  platia nasledovné rovnice a nerovnice:

a)  $5(5(5(5x - 4) - 4) - 4) = 5$

b)  $(x - 1)^3 + (x - 2)^3 + (x - 3)^3 = 3(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

c)  $\frac{4x-7}{2} - \frac{x-4}{6} \geq 2x - 3$

2. Určte, pre aké  $x \in \mathbb{R}$  platia nasledovné rovnice a nerovnice:

a)  $(9 - 4x^2)(x^2 - 6x + 9) = 0$

b)  $(x + 2)(4 - x) \leq 0$

c)  $(2 - x)(x^2 - 9) \geq 0$

d)  $(x - 10)(10 - x) \leq 0$

3. Určte, pre aké  $x \in \mathbb{R}$  platia nasledovné rovnice a nerovnice:

a)  $\frac{2x-5}{x+3} = 0$

b)  $\frac{4x-3}{7+x} > 0$

c)  $\frac{1-2x}{x^2-1} < 0$

4. Určte, pre aké  $x \in \mathbb{R}$  platia nasledovné rovnice:

a)  $4x^2 + x = 0$

b)  $x^2 + 2x - 1 = 0$

c)  $x^2 + (2\sqrt{3} + 1)x + 3 + \sqrt{3} = 0$

d)  $\frac{1}{2}(2x - 1)^2 - \left(\frac{1}{2}(x + 1)\right)^2 = 3\left(\left(\frac{1}{2}x\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$

## 2 Korene kvadratickej rovnice

11. Dané kvadratické výrazy zapíšte v tvare súčiny lineárnych výrazov.

a)  $x^2 - 5x + 6$

b)  $x^2 - 7x + 10$

c)  $x^2 - 6x + 9$

12. Dané kvadratické výrazy zapíšte v tvare súčiny lineárnych výrazov bez použitia vzorca pre korene kvadratickej rovnice.

a)  $4x^2 + 4x + 1$

b)  $x^2 + 4$

c)  $x^2 + 4x + 5$

13. Všeobecnú kvadratickú rovnicu  $ax^2 + bx + c$  zapíšte v tvare súčiny lineárnych výrazov

a) s použitím vzorca pre korene kvadratickej rovnice

b) bez použitia vzorca pre korene kvadratickej rovnice

### 3 Vzťahy medzi koeficientami a koreňmi kvadratickej rovnice

5. Overte, že číslo  $x = 2 + 3\sqrt{2}$  je koreňom rovnice  $x^2 - 6x - 10 + 6\sqrt{2} = 0$ .

6. Zostavte všetky kvadratické rovnice, ktorých korene sú čísla:

a) 2; -3

b) -1; -1

c)  $\frac{1}{10-\sqrt{50}}$ ;  $\frac{1}{10+5\sqrt{2}}$

7. Rovnica  $x^2 + px + 6$  má jeden koreň -2. Určte druhý koreň a koeficient  $p \in \mathbb{R}$ .

8. Určte všetky hodnoty parametra  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby jeden koreň rovnice  $x^2 + px + 5 = 0$  bol o 4 väčší, ako druhý koreň rovnice.

9. Určte všetky hodnoty parametra  $p \in \mathbb{R}$  tak, aby jeden koreň rovnice  $2x^2 + px + 9 = 0$  bol dvakrát väčší, ako druhý koreň rovnice.

10. Bez toho, aby rovnicu  $5x^2 + 8x + 5 = 0$  riešili, zostavte všetky kvadratické rovnice, pre ktoré platí, že

a) ich korene sú trikrát väčšie ako korene pôvodnej rovnice.

b) ich korene sú o tri väčšie ako korene pôvodnej rovnice.

### 4 Slovné úlohy

15. Ak pripíšeme k danému číslu 1 číslicu vpravo, dostaneme dvojciferné číslo, ktoré je 4.5-krát väčšie ako číslo, ktoré by sme získali, ak by sme číslicu 1 pripísali vľavo. Určte dané číslo.

16. Nájdite zlomok v základnom tvare, pre ktorý platí: menovateľ zlomku je o tri väčší ako čitateľ a hodnota zlomku sa nezmení, ak k čitateľu pričítame číslo 1 a k menovateli číslo 2.5.

17. Jana je trikrát staršia ako Martin. Za päť rokov bude iba dvakrát staršia. Koľko rokov majú Jana a Martin?

18. Peter a Pavol odhrabávajú sneh. Petrovi by to samému trvalo 3 hodiny, Pavol by to zvládol sám za 2 hodiny.

- (a) Koľko im bude práca trvať, ak budú pracovať spolu?
- (b) Najprv pracuje Peter sám pol hodiny, potom príde Pavol a zvyšný čas pracujú spolu. Za ako dlho prácu dokončia?
- (c) Chlapci najprv pracujú 20 minút spolu, potom Pavol odíde. Ako dlho bude musieť Peter ešte pracovať aby prácu dokončil?

## 5 Úlohy na prevetranie mozgu

- 19. Kavka tmavá vyráža z Bratislavy. Preletí 500 km na sever, 500 km na východ, 500 km na juh a nakoniec 500 km na západ. Kde skončí?
- 20. Vezmime si dve ozubené kolieska, obe majú 24 zubov. Spodné koliesko necháme zafixované pevne na mieste, horné obieha okolo neho. Koľkokrát sa horné koliesko otočí okolo vlastnej osi, kým obehne okolo prvého kolieska dookola celý kruh (takže sa vráti na pôvodnú pozíciu)? Koľkokrát by sa otočilo okolo vlastnej osi, ak by malo 12 zubov? A čo 8 zubov?

