

DCM 6: systémy rovníc a matice
3.11.2020 - Doplnkové cvičenia z matematiky

1 Nájdite všetky $x, y, z \in \mathbb{R}$ (príp. $x, y \in \mathbb{R}$), ktoré spĺňajú nasledujúce sústavy rovníc pomocou maticového zápisu

a)

$$\begin{aligned}5x - 4y &= 0 \\4x - 5y &= -9\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}2x - y &= 6 \\y + 4z &= 8 \\x - z &= 1\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}2x + y - z &= 0 \\4x + 2y + z &= 0 \\x - y + 3z &= 0\end{aligned}$$

2 Nájdite všetky $x, y, z, u \in \mathbb{R}$, ktoré spĺňajú nasledujúce sústavy rovníc pomocou maticového zápisu

a)

$$\begin{aligned}2x - 3y + z + 2u &= 0 \\3x + y - 2z - u &= 6 \\4x - 2y - 3z - 4u &= -6 \\x + 2y + 3z - 2u &= -7\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x - y + z + u &= 0 \\x + y - z - u &= 2 \\2x - y + u &= 3 \\3x + z - u &= 0\end{aligned}$$

3 Nájdite všetky $x, y \in \mathbb{R}$, ktoré spĺňajú nasledujúce sústavy rovníc, vzhľadom na parameter $a \in \mathbb{R}$

a)

$$\begin{aligned}x - 4ay &= 1 \\2ax - 2y &= 1\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}3(ax - 1) &= -y \\3(ay - 1) &= -x\end{aligned}$$

4 Zaujímavejšie úlohy

a) Nájdite aspoň jedno riešenie $a, b, c, d, e, f, g, h \in \mathbb{R}$ nasledujúcej sústavy rovníc:

$$\begin{aligned}a - 3b + 21c - 11d + e - f + 16g + h &= 0 \\7a - b + 11c + 11d + 2e - 7f - g - h &= 0 \\a + b + c - d + e - f + 16g + h &= 0 \\11a - 2b - c + 3d + 2e - 7f - g - h &= 0 \\2a + 13b + 2c - 9d + e - f + 16g + h &= 0 \\-7a + b + 7c + 2d + 2e - 7f - g - h &= 0 \\-a - 6b + 9c - 2d + e - f + 16g + h &= 0 \\2a - b + 11c + d + 2e - 7f - g - h &= 0\end{aligned}$$

b) Vezmime si všeobecný systém troch lineárnych rovníc o troch neznámych $x, y, z \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned}a_0x + b_0y + c_0z &= d_0 \\a_1x + b_1y + c_1z &= d_1 \\a_2x + b_2y + c_2z &= d_2\end{aligned}$$

Rozoberte, aké prípady môžu nastať čo do počtu riešení vzhľadom na parametre a_i, b_i, c_i a d_i .