

PRÍKLADY 2: vlastnosti kvadratických výrazov, parametre, odmocniny a absolútne hodnoty
13.10.2020 - Doplnkové cvičenia z matematiky

1 Rovnice a nerovnice so zlomkami

a) $1 + 3 \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{x-3}{x-2} - \frac{2}{x-2} \right) = \frac{15}{2x-x^2}$

b) $\left(\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x} \right) : \left(\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \right) = \frac{x+1}{x-1}$

c) $\frac{1}{x} \geq 6$

d) $\frac{2x+3}{x-1} < 1$

2 Rovnice a nerovnice s odmocnicami

a) $\sqrt{-x} = 2 - \sqrt{2-x}$

b) $\sqrt{2x+7} + \sqrt{x-5} = \sqrt{3x+2}$

c) $\sqrt{-x} - \sqrt{1-x} = 1$

d) $\sqrt{x^2-4} \leq x+1$

e) $x+1 \leq \sqrt{x^3+3x}$

3 Rovnice a nerovnice s absolútnou hodnotou

a) $|x| = 7$

b) $|x-1| = 3$

c) $|x+4| = 1$

d) $|4-x| - |2x+3| = 7$

e) $|2x-4| - |x+3| = 2 - |x-5|$

f) $x^2 + |x-1| - 1 = 0$

g) $|x^2+4x| - 3x - 6 = 0$

h) $|x^2+2x-1| - x = 1$

4 Vlastnosti kvadratických rovníc

Nájdite minimum alebo maximum kvadratických výrazov

a) $x^2 + 2x + 6$

b) $4x^2 + 8x + 12$

c) $2x^2 + 1$

d) $-x^2 - 16$

5 Rovnice s parametrom

- a) $x(a - 4) = a^2 - 16$
- b) $xa^2 = a(1 + 3x) - 3$
- c) $\frac{2a}{2+x} = \frac{a-1}{x+1-a}$
- d) $\frac{2x+a}{x+1} - \frac{3a}{x-a} = 2$
- e) $\sqrt{x^2 + 2a} = x + a$
- f) $\sqrt{x^2 + p^2} = x - 2p$

6 Ďalšie rovnice

- a) $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$
- b) $20x^{-4} + 3x^{-2} - 2 = 0$
- c) $(1 - x^2)^2 - 2(x^2 - 1) + 1 = 0$
- d) $\sqrt{2x^2 + 5x} - \sqrt{2x^2 - 5x - 10} = \sqrt{2}$
- e) $\frac{1}{3} \left(\frac{2x-1}{x^2} + 2 \right) \left(\frac{1-2x}{x^2} + 1 \right) = \left(3 \frac{2x-1}{x^2} \right)^2$
- f) $\frac{x}{x+1} - 2\sqrt{\frac{x+1}{x}} = 3$

7 Slovné úlohy s parametrom

- a) Určite všetky možné hodnoty parametra $p \in \mathbb{R}$ tak, aby riešením rovnice $2p(xp + 1) - (p^2 + 1)x = 2$ bolo kladné reálne číslo.
- b) Určite všetky možné hodnoty parametra $a \in \mathbb{R}$ tak, aby rovnica $(2a + 3)x^2 + x - a + 4 = 0$ bola lineárna.
- c) Určite všetky možné hodnoty parametra $b \in \mathbb{R}$ tak, aby rovnica $2x^2 + (b + 1)x + 6 = 0$ mala dva rôzne reálne korene.
- d) Určite všetky možné hodnoty parametra $c \in \mathbb{R}$ tak, aby rovnica $x^2 - cx + 2c^2 - 9 = 0$ nemala žiadne reálne riešenie.
- e) Určite všetky možné hodnoty parametra $d \in \mathbb{R}$ tak, aby rovnica $(d + 1)x^2 - 2(d + 3)x + 2a^2 - 7a + 3 = 0$ mala jeden z koreňov rovný nule. Potom určte druhý koreň.

8 Ťažšie príklady

- a) Dokážte, že kvadratická funkcia je symetrická okolo svojho extrému.
- b) Dokážte, že lineárna funkcia nie je symetrická okolo žiadnej hodnoty x .

9 Úlohy na rozhýbanie mozgu

platia tie isté od minulého týždňa.