

1 Goniometrické funkcie

A: Kreslenie funkcií, rovnice

1. Načrtnite na intervale $[0, 2\pi]$ nasledujúce funkcie a vyznačte ich hodnoty pre $x = \{0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \pi, 2\pi\}$

- (a) $\sin x$
- (b) $\cos x$
- (c) $\tan x$

2. Načrtnite funkciu f . Určte jej periódu. Nájďte všetky $x \in \mathbb{R}$, také, že $f(x) = a$.

- (a) $f(x) = 2 \sin x$ $a = 1$
- (b) $f(x) = \sin(2x)$ $a = -1$
- (c) $f(x) = 2 \sin(-x)$ $a = \sqrt{2}$
- (d) $f(x) = \cos x - \frac{\pi}{4}$ $a = 1$
- (e) $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{4})$ $a = 1$
- (f) $f(x) = x \cdot \cos(\frac{\pi}{4})$ $a = \sqrt{2}$

3. Načrtnite funkciu f . Určte jej periódu. Nájďte všetky $x \in \mathbb{R}$, také, že $f(x) = a$.

- (a) $f(x) = \sin(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{3})$ $a = \frac{1}{2}$
- (b) $f(x) = \sin(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{4})$ $a = \frac{1}{2}$
- (c) $f(x) = |\sin x|$ $a = \frac{1}{2}$
- (d) $f(x) = \sin |x|$ $a = 1$
- (e) $f(x) = |\cos x| + 1$ $a = 0$
- (f) $f(x) = |1 - \cos x|$ $a = 0$

4. Načrtnite funkciu f .

- (a) $f(x) = \sin x + |\sin x|$
- (b) $f(x) = \cos x - |\cos x|$
- (c) $f(x) = \frac{\sin x + |\sin x|}{\sin x - |\sin x|}$
- (d) $f(x) = \frac{\sin x - |\sin x|}{\cos x - |\cos x|}$

B: Nerovnice

1. Nájďte všetky $x \in \mathbb{R}$, pre ktoré platí

- (a) $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (b) $\sin(\frac{x}{2}) < 0$
- (c) $\tan x \leq -1$
- (d) $0 \leq \cos 10x < \frac{1}{2}$

2. Nájďte všetky $x \in \mathbb{R}$, pre ktoré platí

- (a) $|\sin x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$
- (b) $\sin^2 x < 1$
- (c) $|\tan x| \leq 1$
- (d) $\sin x \geq \cos x$

4. Nájďte všetky $x \in \mathbb{R}$, pre ktoré platí

- (a) $2 \sin^2 x > 3 \cos x$
- (b) $(\sin x + \cos x)^2 > \frac{1}{2}$

3. Nájďte všetky $x \in \mathbb{R}$, pre ktoré platí

- (a) $\frac{\sin x}{\cos x} > 0$
- (b) $\sin x \cdot \cos x > 0$
- (c) $\frac{\sin(\frac{1}{2}x)}{\cos x} < 0$
- (d) $\frac{\sin(\frac{1}{2}x)}{\sin(\frac{1}{3}x)} < 0$
- (e) $\frac{\cos x + \frac{1}{2}}{1 - \cos^2 x} \leq 0$
- (f) $\frac{1 - \sin x}{2 \cos \frac{x}{2} + \sqrt{3}} \leq 0$
- (g) $\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x} > 0$

C: Súčtové vzorce

1. Rozpíšte súčtové vzorce pre

- (a) $\sin(x + y)$
- (b) $\cos(x + y)$
- (c) $\sin(x - y)$
- (d) $\cos(x - y)$

2. Nájdite hodnoty

- (a) $\cos(\frac{7}{12}\pi)$
- (b) $\sin(\frac{7}{12}\pi)$
- (c) $\tan 15^\circ$
- (d) $\tan 75^\circ$

3. Dokážte platnosť výrazov

- (a) $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$
- (b) $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$
- (c) $\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos(x - \frac{\pi}{4})$
- (d) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{4} - x)$
- (e) $\sin(x + \frac{\pi}{2}) - \sin(x - \frac{\pi}{2}) = 2 \cos x$
- (f) $\sin(x + \pi) - \sin(x - \pi) = 2 \sin x$

D: Sústavy rovníc

1. Nájdite všetky dvojice $x \in [0, 2\pi]$, $y \in [0, 2\pi]$, pre ktoré platia nasledujúce sústavy rovníc

(a)

$$\begin{aligned}x + y &= \pi \\ \tan(x - y) &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}x + y &= \frac{5}{6}\pi \\ \sin x \cdot \cos y &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}2 \sin x - 3 \sin y &= -2 \\ \sin x + \sin y &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

E: Pravidelné mnohouholníky

1. Do kružnice s polomerom R vpište pravidelný n -uholník. Nájdite jeho obsah pre

- (a) $n = 3$ (b) $n = 4$ (c) $n = 6$ (d) $n = 8$ (e) $n = 12$ (f) $n = 16$